対数がおもしろぞ！！

（　　）組（　　）番　氏名

＜対数はすごい＞指数を使えば簡単な計算に！！

（１）計算を簡単にした。

$100000\times10000=10^5\times10^4=10^{(5+4)}=10^9$

１０の指数部　５　＋　４　＝９

そこで「（①）だよ。」という記号を使用すれば簡単に計算ができる。

この記号は指数を比べることから対数＜Logarithm（Log）＞という言葉を造語した。

$\log_{10}(100000)+\log_{10}(10000)=9$

５　＋　４　＝９

これによりどんな（②）も電卓で見つけることができる。
また電卓の（③）は$\log_{10}$のことである。下記の指数を見つけてみよう。

$10^X=275$　　　$X=\log_{10}275=$（　　　　　）

本当に２７５になるか、１０の累乗で計算してみよう。
答（　　　　　）でも、電卓なので誤差はあります。

（２）もとの式から計算できるように公式を作った。

$100000\times10000=10^{(5+4)}$　：かけ算は足し算になる。

$\log_{10}(\underline{\underline{100000}}\times\underline{\underline{10000}})=\log_{10}(\underline{\underline{100000}})+\log_{10}(\underline{\underline{10000}})=9$

５　×　４　＝　５　＋　４　＝９

（④）　＝　（⑤）

$\log_{10}(1000000000)=9$

９　＝　５　＋　４　＝９

・対数内でのかけ算は指数なので（⑥）でも計算できる。

（３）割り算はどうなるの

$100000\div10000=10^{(5-4)}$　：割り算は引き算になる。

$\log_{10}(100000/10000)=\log_{10}(100000)-\log_{10}(10000)=1$

５　÷　４　＝　５　－　４　＝１

（⑦）　＝　（⑧）

$\log_{10}(10)=1$

１　＝　５　－　４　＝１

・対数内での割り算は（⑨）でも計算できる。

（４）累乗はどうなるの。

$\log_{10}10^3=\log_{10}(10\times10\times10)$

$=\log_{10}10+\log_{10}10+\log_{10}10$

$=3\times\log_{10}10$　：指数部はかけ算になる。

・対数内の指数部は（⑥）に出て（⑦）になる。

（５）どうして、電卓には$\log_{10}$しかないの？

$\log_2 8=\underline{\underline{3}}$　は　$2^3=8$　で左辺と右辺は同じ数字なので

$\log_{10}(2^3)=\log_{10}(8)$　←１０の指数が同じ数字になるので

$3\times(\log_{10}2)=\log_{10}8$

$$\underline{\underline{3}}=\frac{\log_{10}8}{\log_{10}2}$$

は $\underline{\underline{\log_2 8}}$ と同じ答の（３）である

・対数の（⑧）が（⑨）でなくても（⑩）を使用して（⑪）的に表すことが出来る。

（６）対数の公式が出来ました。

・$\log_a(X\times Y)=\log_a(X)+\log_a(Y)$　：（⑫）で計算できる。
・$\log_a(X/Y)=\log_a(X)-\log_a(Y)$　：（⑬）で計算できる。
・$\log_a X^n=n\times\log_a X$　：（⑭）で計算できる。
・$\log_a b=\dfrac{\log_c b}{\log_c a}$　：（⑮）で計算できる。

・対数は指数部だけで計算するので複雑な計算も（⑯）な計算で答がだせる。

＜ヒント＞足し算　足し算　足し算　引き算　引き算　引き算　かけ算　かけ算　かけ算
割り算　分数　指数部　前　底　数字　ｌｏｇ　$\log_{10}$　簡単　１０　電卓

①		②		③		④	
⑤		⑥		⑦		⑧	
⑨		⑩		⑪		⑫	
⑬		⑭		⑮		⑯	
⑰		⑱		⑲		⑳	

＜コラム＞

$\log_{10}2=0.3010$　を求める。

$\log_{10}2=(1/2)\log_{10}2^2=(1/2)\log_{10}4=(1/2^2)\log_{10}4^2$

$=(1/2^2)\log_{10}16=(1/2^2)\log_{10}(10\times1.6)$

$=(1/2^2)(1\times\log_{10}1.6)$

$=(1/2^2)+(1/2^2)(\log_{10}1.6)$ ←後はまた２乗してと続いていく

$=(1/2^2)+(1/2^5)+(1/2^6)+(1/2^8)+(1/2^{12})\cdots$

$=0.25+0.03125+0.015625+\cdots\cdots=0.3010$

対数がおもしろぞ！！

（　　）組（　　）番　氏名

＜対数はすごい＞指数を使えば簡単な計算に！！

（１）計算を簡単にした。

$100000 \times 10000 = 10^{5} \times 10^{4} = 10^{(5+4)} = 10^{9}$

１０の指数部　５　＋　４　＝９

そこで「（①）だよ。」という記号を使用すれば簡単に計算ができる。

この記号は指数を比べることから対数＜Logarithm（Log）＞という言葉を造語した。

$\log_{10}(100000) + \log_{10}(10000) = 9$

$5 + 4 = 9$

これによりどんな（②）も電卓で見つけることができる。

また電卓の（③）は$\log_{10}$のことである。下記の指数を見つけてみよう。

$10^{X} = 275$　　$X = \log_{10}275 = (\qquad)$

本当に２７５になるか、１０の累乗で計算してみよう。

答（　　　　）でも、電卓なので誤差はあります。

（２）もとの式から計算できるように公式を作った。

$100000 \times 10000 = 10^{(5+4)}$　：かけ算は足し算になる。

$\log_{10}(\underline{\underline{100000}} \times \underline{\underline{10000}}) = \log_{10}(\underline{\underline{100000}}) + \log_{10}(\underline{\underline{10000}}) = 9$

$5 \times 4 = 5 + 4 = 9$

（④）＝（⑤）

$\log_{10}(1000000000) = 9$

$9 = 5 + 4 = 9$

・対数内でのかけ算は指数なので（⑥）でも計算できる。

（３）割り算はどうなるの

$100000 \div 10000 = 10^{(5-4)}$　：割り算は引き算になる。

$\log_{10}(100000 / 10000) = \log_{10}(100000) - \log_{10}(10000) = 1$

$5 \div 4 = 5 - 4 = 1$

（⑦）＝（⑧）

$\log_{10}(10) = 1$

$1 = 5 - 4 = 1$

・対数内での割り算は（⑨）でも計算できる。

（４）累乗はどうなるの。

$\log_{10}10^{3} = \log_{10}(10 \times 10 \times 10)$

$= \log_{10}10 + \log_{10}10 + \log_{10}10$

$= 3 \times \log_{10}10$　：指数部はかけ算になる。

・対数内の指数部は（⑥）に出て（⑦）になる。

（５）どうして、電卓には$\log_{10}$しかないの？

$\log_{2}8 = \underline{\underline{3}}$　は　$2^{3} = 8$　で左辺と右辺は同じ数字なので

$\log_{10}(2^{3}) = \log_{10}(8)$　←１０の指数が同じ数字になるので

$3 \times (\log_{10}2) = \log_{10}8$

$\underline{\underline{3}} = \dfrac{\log_{10} 8}{\log_{10} 2}$　は　$\underline{\underline{\log_{2}8}}$と同じ答の（３）である

・対数の（⑧）が（⑨）でなくても（⑩）を使用して（⑪）的に表すことが出来る。

（６）対数の公式が出来ました。

・$\log_{a}(X \times Y) = \log_{a}(X) + \log_{a}(Y)$　：（⑫）で計算できる。

・$\log_{a}(X / Y) = \log_{a}(X) - \log_{a}(Y)$　：（⑬）で計算できる。

・$\log_{a}X^{n} = n \times \log_{a}X$　：（⑭）で計算できる。

・$\log_{a}b = \dfrac{\log_{c} b}{\log_{c} a}$　：（⑮）で計算できる。

・対数は指数部だけで計算するので複雑な計算も（⑯）な計算で答がだせる。

＜ヒント＞足し算　足し算　足し算　引き算　引き算　引き算　かけ算　かけ算　かけ算
割り算　分数　指数部　前　底　数字　ｌｏｇ　$\log_{10}$　簡単　１０　電卓

①	指数部	②	数字	③	ｌｏｇ	④	かけ算
⑤	足し算	⑥	足し算	⑦	割り算	⑧	引き算
⑨	引き算	⑩	前	⑪	かけ算	⑫	底
⑬	１０	⑭	$\log_{10}$	⑮	分数	⑯	足し算
⑰	引き算	⑱	かけ算	⑲	電卓	⑳	簡単

＜コラム＞

$\log_{10}2 = 0.3010$　を求める。

$\log_{10}2 = (1/2)\log_{10}2^{2} = (1/2)\log_{10}4 = (1/2^{2})\log_{10}4^{2}$

$= (1/2^{2})\log_{10}16 = (1/2^{2})\log_{10}(10 \times 1.6)$

$= (1/2^{2})(1 \times \log_{10}1.6)$

$= (1/2^{2}) + (1/2^{2})(\log_{10}1.6)$ ←後はまた２乗してと続いていく

$= (1/2^{2}) + (1/2^{5}) + (1/2^{6}) + (1/2^{8}) + (1/2^{12}) \cdots$

$= 0.25 + 0.03125 + 0.015625 + \cdots = 0.3010$